

Historial Editorial

Recepción: 11-05-2014
Revisión: 12-09-2014
Aceptación: 18-09-2014

**Didáctica de la programación lineal por
medio de la movilidad de registros de
presentación**

Dr. Arturo Camacho Quiroz

Universidad Autónoma del Estado de México
acamachoq@uaemex.mx

Dr. José de Jesús López Zapian

Universidad Autónoma del Estado de México
jjlopezz@uaemex.mx

DIDÁCTICA DE LA PROGRAMACIÓN LINEAL POR MEDIO DE LA MOVILIDAD DE REGISTROS DE REPRESENTACIÓN

DIDACTICS OF THE LINEAR PROGRAMMING BY MEANS OF THE MOBILITY OF REPRESENTATION REGISTRIES

Resumen

El usar de manera simultánea diversas representaciones es una necesidad dentro de la matemática. Para el alumno, una imagen gráfica no es más concreta que una ecuación. Si el aprende a crearlas, manipularlas, leerlas y transformarlas, es que podrá apropiarse de las mismas. Si el alumno tiene la habilidad para producirlas o transformarlas distinguirá las representaciones del objeto matemático representado. Lo anterior es la "paradoja cognoscitiva del pensamiento matemático": por un lado, la aprehensión de los objetos matemáticos que no puede ser más que la comprensión conceptual y por otra, es únicamente a través de las representaciones semióticas (teoría general de los signos) que es posible llevar a cabo una actividad sobre los objetos matemáticos (Duval, 1993).

En el trabajo cotidiano de la enseñanza-aprendizaje, los símbolos (significantes) remiten o están en lugar de las entidades conceptuales (significados). El punto crucial en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática no está en el dominio de la sintaxis del lenguaje simbólico, sino en su semántica, es decir; en la naturaleza de los propios conceptos y proposiciones matemáticas y su relación con los contextos o situaciones problema de los que se busca una solución.

Palabras Clave:

Enseñanza- aprendizaje, matemática, registros, representación.

Abstract

Simultaneously using different representations is a need within mathematics. For the student, a graphic image is not more specific than an equation. If the learn how to create them, manipulate them, read them, and transform them, is that you can appropriate them. If the student has the ability to produce them or transform them differentiated representations of the mathematical object represented. The above is the "cognitive paradox of mathematical thinking": on the one hand, the apprehension of mathematical objects that cannot be more than the conceptual

understanding and on the other, it is only through representations (general theory of signs) signifying that it is possible to carry out an activity about mathematical objects (Duval, 1993).

In the daily work of teaching and learning, the symbols (signifiers) forwards or in lieu of the conceptual entities (meanings). The crucial point in the process of teaching and learning of mathematics is not in the domain of symbolic language syntax, but in its semantics, i.e.; in nature's own concepts and mathematical propositions and their relation to the contexts or situations problem of those who are looking for a solution.

Key words:

Teaching- learning, math, records and representation.

1. Introducción

La didáctica tradicional ha visto a la matemática como un objeto inmodificable que debe ser transmitido al estudiante mediante un proceso de enseñanza. Tal enseñanza está en línea descendente de una concepción de (objetos) como si estuviese conformada por objetos que preexisten a la actividad del sujeto cognoscente (Duval, 1997). Resultado de estas ideas, la enseñanza se ha confundido como una exhibición de objetos matemáticos. Lo anterior conlleva a la concepción de que al generarse un proceso de emisión de información por parte del profesor, se activa uno de asimilación por parte del estudiante. Pero esto es suponer demasiado. Aquí cabe hacer la siguiente pregunta, ¿cómo se puede estar seguro de que el mensaje enviado por el docente llegue idéntico al alumno? Para ello tendría que haber una correspondencia perfecta entre los significados que el profesor adjudica a los términos de su mensaje y los que el estudiante les atribuye en su propio proceso de decodificación. Al hablar de mensajes emitidos, hay que cuidar los términos para no confundir la transmisión de información con el proceso de comunicación, que es imperativo en la educación (Benveniste, 1974).

Los alumnos tienen diversas maneras de aprender: por observación, lectura, imitación, mediante la escucha y la experiencia concreta, etc. Además para instruirse, a menudo los caminos por los que optan los estudiantes y profesores son diferentes. Por experiencia, los maestros saben bien que un alumno no aprende de igual manera que otro, y no recuerdan igual las mismas cosas. Estas rutas pueden depender de la experiencia de cada persona, de los conocimientos o vivencias

anteriores, del grado de familiaridad con la situación presentada, etc. Pero también está en función del tipo de dificultad propia de la disciplina o del campo de conocimientos. Cualquiera puede afirmar que las barreras planteadas para el aprendizaje de las matemáticas no son las mismas que las vinculadas con el aprendizaje de un idioma extranjero, de una técnica, de la historia o de las ciencias experimentales.

La escuela transmite saberes que han sido objetivados y conservados en forma de escritura (Fermoso, 1990). Estos conocimientos han sido registrados desde hace tiempo por ejemplo: Fray Luca Pacioli (1445-1517), analizó sistemáticamente el método contable de la partida doble, la ecuación del balance que se integra de activo = pasivo + capital, la fórmula cuadrática $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, el teorema de Pitágoras $a^2 + b^2 = c^2$. Estos conocimientos científicos son clásicos y que una sociedad transfiere por intermediación de centros educativos a los herederos de su cultura. Dichos saberes en forma de escritura dan a los conocimientos escolares, una configuración particular a su transmisión social. La cátedra se vuelve entonces el lugar que permite al profesor reconstruir artificialmente las relaciones de los objetos de conocimiento y su contenido.

II. Planteamiento de hipótesis

2.1. Hipótesis conceptual:

La enseñanza de la programación lineal es más efectiva mediante el uso y movilidad de registros de representación que con respecto a la enseñanza tradicional (que sólo realiza la exhibición de objetos matemáticos).

2.2. Hipótesis de trabajo:

En matemáticas se utiliza la palabra representación. Muy frecuentemente es empleada en su forma verbal para “representar”: una escritura, una notación, o símbolo que haga referencia a un objeto matemático (número, función o figuras geométricas). Mediante la movilidad de registros de representación se facilitará la comprensión en el manejo de variables básicas de solución de un problema de programación lineal.

III. Movilidad de las representaciones semióticas

Los símbolos matemáticos son signos de carácter universal que se establecen para designar a un conjunto de objetos matemáticos, sean estas cantidades, operaciones sobre las mismas o una relación con un resultado final. Un hecho que se debe resaltar es que al ser signos que representan un objeto, no evidencian las propiedades del referente, sino las convenciones que son construidas en torno a dichas propiedades. Quiere decir esto que un símbolo matemático no podrá medirse por conservar o no las propiedades del referente u objeto, sino por representar la menor cantidad posible de significados adicionales respecto al significado adjudicado habitualmente al referente u objeto (Duval, 1999). En otras palabras el símbolo matemático (sea lingüístico o escrito) será más apropiado cuando el significado sea más específico y desligado de los significados propios de otros conceptos de la cultura.

Habitualmente, la traducción de los problemas a un planteamiento simbólico, el manejo de los mismos para encontrar la solución a dicho problema, son objetivos prioritarios del profesor en su enseñanza, metas a las que hace llegar al alumno muy aceleradamente. Esto nos revela dos cosas: la primera que las representaciones simbólicas tienen un significado importante para el profesor dentro del aprendizaje y la segunda, que existe una separación inicial entre este significado y el que le asigna el alumno a los mismos símbolos. Por ejemplo el símbolo $=$ puede entenderse como “lo mismo da”, “equivale a” en el lenguaje ordinario. Todos estos significados se generalizan y se reúnen a través del símbolo citado. Ahora bien, esta capacidad de generalización trae consigo un conflicto inevitable y uno de sus aspectos críticos es la comunicación entre profesor y alumno en el empate de los conceptos básicos. Si el significado de los símbolos no es el mismo para ambos. Si es el caso el alumno pierde el significado global con la natural consecuencia de frustración y desinterés.

La creación y producción de representaciones semióticas se hace con la movilidad de un sistema semiótico. De este modo, las representaciones pueden ser producciones discursivas (en lengua natural, o formal) o no discursivas (figuras, gráficas, tablas, esquemas....). Esta producción no responde únicamente o necesariamente a una función de comunicación, sino también a la finalidad de objetivación (para la persona) o bien para una actividad de tratamiento de la representación.

Para comprender la creación y producción de las representaciones semióticas, se deben tomar en cuenta tres aspectos: el primero el fenomenológico, relativo a las restricciones psicológicas de producción o de aprehensión de los signos (Wertsch, 1998). El segundo se le

denomina funcional, relativo al tipo de actividad que los signos permiten realizar y el tercero se le llama estructural, relativo a la determinación de la significancia de los signos y de la posibilidades de representación que ofrecen (Benveniste, 1974).

La movilidad de las representaciones semióticas depende no sólo de la pluralidad de los registros de representación disponibles a un sujeto, sino también a su estado de desarrollo cognoscitivo. De la figura 1, las flechas uno y dos se refieren a las transformaciones internas a un registro, que se les denomina tratamientos y se expresan a través de un representante de ese registro. La flechas tres y cuatro corresponden a las transformaciones externas, es decir a conversiones por cambio de registro. La flecha C corresponde a lo que se llama la comprensión integrativa de una representación: ella supone una coordinación de los dos registros.

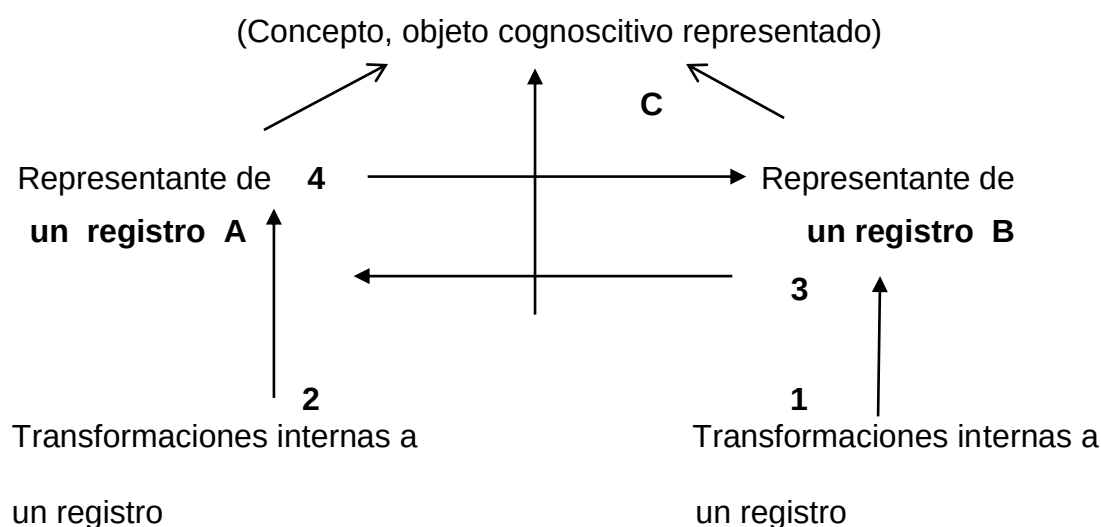


Figura 1. Estructura de la representación en función de la conceptualización

Fuente: Duval, R. (1993)

Tómenos el caso del lenguaje como un sistema semiótico completo cuando se le utiliza para comunicar tratamientos u objetivar. En fases más avanzadas del currículum, la enseñanza parte de la comunicación tanto escrita como oral, es decir; del funcionamiento discursivo en las cuales las funciones de comunicación, de tratamiento y objetivación, se encuentran con frecuencia indistintamente mezcladas, pero es donde finalmente la función de comunicación predomina.

Los registros de representación y el medio de transmitirlos y de garantizar las condiciones de su apropiación por parte de los alumnos consiste en volverles a dar vida a través de la práctica en el aula, es decir; “reconstruirlos” en clase (Brousseau, 1990).

Para Thomas A. Sebeok (1996), la semiótica es el término comúnmente utilizado para referirse al estudio de la capacidad innata de los seres humanos para producir y comprender signos de todas clases (desde los que pertenecen a simples sistemas psicológicos hasta aquéllos que revelan una estructura simbólica altamente compleja).

IV. Propuesta didáctica para la enseñanza de la programación lineal

La matemática para su enseñanza requiere de un lenguaje formal y éste debe tener ciertas características y en lo particular son:

1. El pensamiento matemático construye teoremas de tal modo que en cualquier situación posible pueda admitirse la existencia de algo muy parecido y a lo cual pueda aplicarse la descripción hipotética contenida en la tesis del teorema.
2. Una característica peculiar del pensamiento matemático es el uso que hace de la abstracción.
3. El pensamiento matemático construye clases de colecciones tomando como punto de partida el sistema decimal.
4. Por medio del pensamiento matemático se establece la estructura de sus proposiciones y la perfecta exactitud de sus resultados: a la vez su amplia universalidad y su utilidad práctica.
5. El pensamiento matemático se interesa por métodos de razonamiento eficaces, considerando su posible aplicación a nuevos problemas.
6. El pensamiento matemático es exitoso cuando se generaliza.

La elaboración de esta propuesta nos da la oportunidad de revisar la actividad académica como docente dentro del campo de la enseñanza de la programación lineal en la Facultad de Contaduría y Administración de la Universidad Autónoma del Estado de México. El objetivo que ha estado

presente es que técnica didáctica utilizar para ayudar a los alumnos a lograr una mejor comprensión de la programación lineal.

Se establecieron tres aspectos relacionados con la hipótesis planteada: el primero, propiciar que los alumnos actúen sobre objetos (registros de representación) para incorporar conceptos matemáticos. El segundo, que los alumnos reflexionen lo que hacen y por lo que respecta al tercero, que se comunique lo que se hace.

El primer aspecto se refiere a que todo docente que imparte un curso de programación lineal busca que sus alumnos entiendan. Sin embargo, esta meta no es fácil de conseguir en parte porque no siempre está claro lo que se quiere decir con entender. De acuerdo con Frege, Peirce, Bruner, Freudenthal y Duval entre otros, señalan que para entender las matemáticas, los alumnos necesitan construir representaciones tanto internas como externas de los conceptos matemáticos. Además se requiere formar conexiones y relaciones entre ellas para entenderlas por medio de materiales concretos que incorporen conceptos abstractos. Así mismo, los alumnos necesitan formar asociaciones entre las representaciones y los símbolos usados.

De acuerdo con (Freudenthal, 1994). Para lograr la creación de representaciones mentales de los conceptos matemáticos, y formar conexiones con las representaciones en lengua natural, en lenguaje algebraico, gráfico y simbólico, no basta con escuchar y ver al profesor manipular las representaciones y sus símbolos, ni tampoco con observar a los otros actuar sobre los objetos que representan los conceptos matemáticos; el alumno debe participar activamente en la construcción de una representación, en su procesamiento y en la conversión de los objetos matemáticos.

El segundo aspecto, se refiere a la reflexión. Los alumnos no aprenden la programación lineal por lo que hacen, sino por lo que reflexionan acerca de lo que hacen. El profesor no se debe dar por satisfecho si sus alumnos muestran entusiasmo al realizar actividades matemáticas con materiales concretos (ya que siempre resulta más satisfactorio privilegiar la operatividad de los objetos matemáticos). El docente debe propiciar y lograr la reflexión por parte de sus estudiantes.

En lo que respecta al tercer aspecto, se considera a la comunicación como parte esencial para saber si el alumno ha logrado la comprensión de los conceptos y principios matemáticos. El profesor no se debe conformar con que el alumno dé una respuesta correcta, ya que muchas veces los alumnos son capaces de llegar a obtener respuestas sin tener idea clara del problema. La

comprensión de un alumno se desarrolla al comunicar a otros de sus compañeros y al profesor sus ideas en construcción y formación, al tratar de extender sus explicaciones y lo que representan los objetos matemáticos.

Los tres factores comentados, son esenciales para entender los conceptos matemáticos. Al mismo tiempo, del énfasis que se haga sobre ellos contribuirá a la formación de un sistema de creencias y actitudes proactivas a favor de la programación lineal.

Para que un sistema semiótico pueda considerarse como registros de representación, debe permitir tres actividades cognoscitivas fundamentales ligadas a la aprehensión de conceptos:

1. La construcción de una representación identificable como la representación del objeto matemático: enunciado de una frase (comprensible en lenguaje natural dado), elaboración de un texto, diseño de una figura geométrica, elaboración de un esquema, escritura de una fórmula.
2. El procesamiento de esa representación se refiere a la transformación de dicho registro. La paráfrasis y la inferencia son formas de procesamiento en lengua natural. El cálculo, es una forma de procesamiento de la escritura simbólica (numérico, algebraico, proposicional...). La anamorfosis es una forma de procesamiento que se aplica a toda representación de figuras.
3. La conversión de una representación es la transformación de ésta en una de otro registro conservando la totalidad o una parte solamente del contenido de la representación inicial. Los tres puntos anteriores se presentan en la figura 2.

Desde mi particular punto de vista, la técnica didáctica que da sustento a la enseñanza de la programación lineal tiene los siguientes fundamentos, como se presenta a continuación.

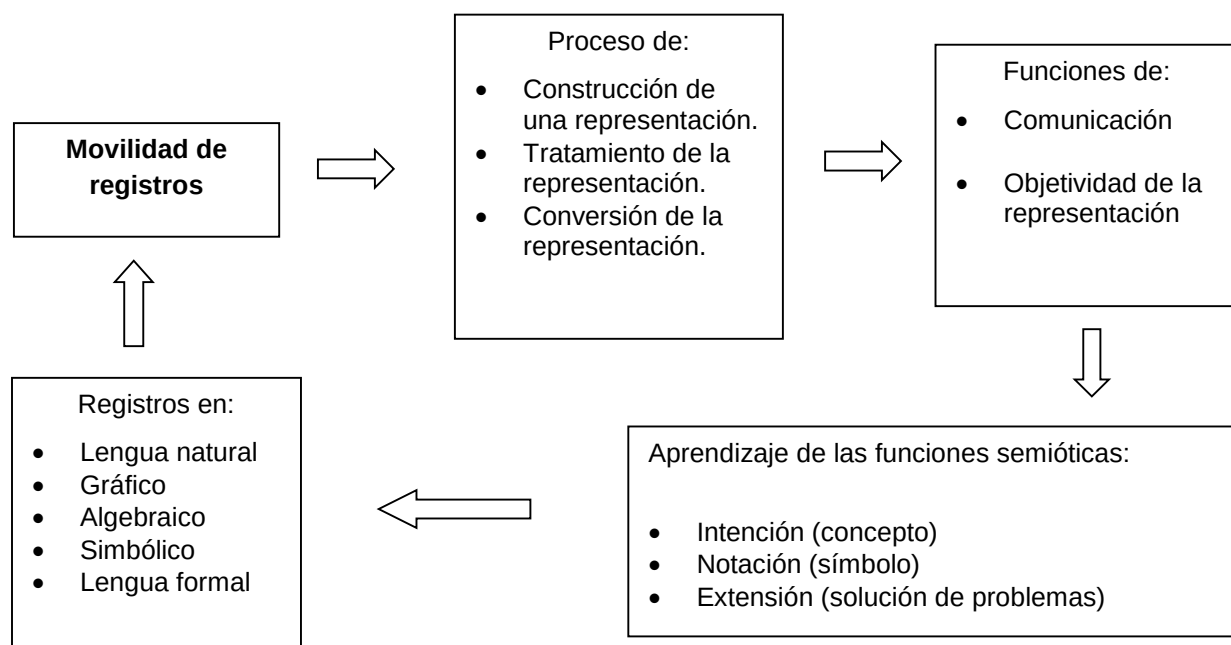


Figura 2. Proceso de enseñanza – aprendizaje mediante la movilidad de registros

Fuente: Elaboración propia en base a la experiencia en el aula.

Pasos del proceso:

Los alumnos disponen de un bagaje de conocimientos en este caso de varios registros de representación.

- El profesor prepara los contenidos temáticos haciendo énfasis en la construcción, tratamiento y conversión de los registros de representación en las actividades de enseñanza.
- Mediante la movilidad de los registros de representación se logra una mayor comunicación y objetividad de los objetos matemáticos para los alumnos en la enseñanza de los temas de programación lineal.

La comprensión de los alumnos será mejor en las funciones semióticas de: intención (concepto), notación (símbolo) y extensión (solución de problemas).

V. Actividades matemáticas de aprendizaje de representaciones complejas

La dificultad en la enseñanza de los modelos de optimización (programación lineal) emana probablemente de dos aspectos principales. Por un lado se trata de una asignatura abstracta y por otro la comprensión de un tema requiere del dominio de conocimientos previos por los alumnos. Estas dos situaciones son fundamentalmente diferentes de lo que ocurre con otras asignaturas y de la mayor parte de los conocimientos y experiencias que el alumno adquiere en el aula.

Para el desarrollo óptimo de la enseñanza de la programación lineal, el estudiante demanda del profesor un conocimiento profundo de la materia, habilidad pedagógica y flexibilidad en la impartición de la asignatura. Dado que el profesor es un factor central como organizador del ambiente de aprendizaje, el método de enseñanza y sus recursos didácticos que utiliza son esenciales para un buen aprendizaje. Una tarea de aprendizaje se constituye como un problema para un estudiante en la medida que sea aceptada por éste como un reto entendible y que le exige un esfuerzo en el sentido de crear nuevos conocimientos y/o relacionar o aplicar sus ideas a situaciones concretas.

Se llama representación compleja a toda aquella que requiere de un procedimiento (algoritmo) como es el caso del análisis de un texto o un cálculo de varias etapas. Cuando un objeto matemático requiere de la producción de registros donde la organización semiótica es lineal, es esencial una producción de registros que requiere una estructura de organización para llegar a la solución del problema. Este tipo de aprendizaje (representaciones semióticas) es esencial para el razonamiento deductivo (Duval, 1999).

Con esta clase de tareas matemáticas, se debe privilegiar la formación de la representación de un objeto o situación matemática en el registro semiótico, por lo tanto la operatividad se subordina a las restricciones conceptuales establecidas en la definición de los objetos. En estas condiciones se puede decir que con dichas actividades se aprende a “ver”, es decir; permiten movilizar y controlar la productividad de los registros.

Los problemas de matematización apuntan a llevar la aplicación de los tratamientos a situaciones de la vida cotidiana o profesional. En suma, la solución de problemas depende en principio de la comprensión del enunciado y de la conversión y tratamiento de la información pertinente, pues se trata de pasar de información expresada en lengua natural (discursiva) de los objetos matemáticos que surgen de la pregunta planteada, a una escritura simbólica (numérica y literal) y de sus relaciones establecidas en el texto. Sólo a partir de la comprensión de esta escritura simbólica se pueden aplicar tratamientos matemáticos (operaciones aritméticas, obtención de medias, resolución de un sistema de ecuaciones, etc.).

A continuación, se plantean las siguientes actividades matemáticas para ejemplificar la producción de representaciones complejas. Los recursos con los cuales cuenta una organización tienen un límite en su uso ya sean estos materia prima, mano de obra y dinero. Esto nos conduce a pensar que se producen varios productos que requieren del mismo recurso, y lo que se busca es una combinación de productos que satisfaga las restricciones del problema.

Desde este punto de vista las relaciones existentes entre los diferentes productos, pueden ser lineales o no. En este caso se parte de la base que dichas relaciones son lineales, lo que significa que están expresadas por ecuaciones y/o inecuaciones de primer grado, además debe considerarse que cada producto genera una utilidad y que involucra un determinado costo. El problema de programación lineal surge entonces cuando se cumplen tres condiciones fundamentales:

1. Restricciones lineales, (que representan la disponibilidad de insumos o recursos). La cantidad a producir de cada producto y que son las variables del problema y que deben cumplir la condición de no negatividad.
2. Relaciones lineales entre los productos o variables que intervienen.
3. Optimización de la función económica del conjunto de recursos.

A manera de ejemplo, un carpintero cuenta en sus inventarios con 90 metros de triplay, 80 metros de roble y 50 metros de caoba para la producción de dos tipos de escritorios para computadora. El escritorio tipo 1; requiere de 2 metros de triplay, 1 metro de roble y 1 metro de caoba. En tanto que el escritorio tipo 2; requiere de 1 metro de triplay, 2 metros de roble y 1 metro

de caoba. Cada escritorio tipo 1 contribuye a la utilidad en \$120 y del tipo 2 \$ 100 pesos respectivamente. Con la información anterior se le pide a usted:

- Construya el modelo del problema.
- Transforme el modelo
- De solución por medio del algoritmo algebraico
- ¿Cuál es la estructura de producción que proporciona la utilidad máxima?
- Con la gráfica del problema analice la figura-fondo (Camacho, 2008). Y realice su análisis respectivo

Tabla 1. Especificaciones de producción

Materia prima	Escritorio tipo 1	Escritorio tipo 2	Recursos disponibles
	x_1	x_2	
Triplay	$2m$	$1m$	≤ 90
Roble	$1m$	$2m$	≤ 80
Caoba	$1m$	$1m$	≤ 50
Utilidad	\$120	\$100	

Fuente: elaboración propia a partir de los datos del problema

- Construya el modelo del problema;

Grupo 1

Definición de variables;

x_1 ; Cantidad a producir de escritorios tipo 1

x_2 ; Cantidad a producir de escritorios tipo 2

Restricciones de disponibilidad de recursos para cumplir las especificaciones de producción:

2. Triplay; $2x_1 + 1x_2 \leq 90$

3. Roble; $1x_1 + 2x_2 \leq 80$

4. Caoba; $1x_1 + 1x_2 \leq 50$

1. $Max U = 120x_1 + 100x_2$

Restricciones de no negatividad

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Grupo 2

Para integrar el grupo 2, se requiere transformar las inecuaciones a ecuaciones para ello se usan las variables de holgura. Dichas variables se agregan a la restricción para que la relación sea de igualdad (representa el valor que hace falta a la parte izquierda para ser igual a la parte derecha y en consecuencia ser una ecuación). Dichas variables tienen que cumplir con la condición de no negatividad.

Agregando a las inecuaciones las variables de holgura en orden secuencial y a su vez tendrán que figurar en la función de máxima utilidad reflejando en su coeficiente numérico el punto de partida de los inventarios que es de cero utilidades y transformándose éstas a medida que se van utilizando los recursos.

b) Transforme el modelo

12. $2x_1 + 1x_2 + x_3 = 90$

13. $1x_1 + 2x_2 + x_4 = 80$

$$14. \quad 1x_1 + 1x_2 + x_5 = 50$$

$$11. \quad \text{Max} U = 120x_1 + 100x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5$$

En este grupo se deben identificar los inventarios con las variables de holgura es decir x_3 expresa el recurso triplay, x_4 se asocia al roble y x_5 nos expresa el recurso caoba. Por otra parte la utilidad generada es de cero pesos en virtud de que no se han usado los recursos.

Grupo 3

El algoritmo algebraico lo desarrolló George Dantzing en 1947. Usando una ecuación criterio, cuando trabajaba en las fuerzas armadas estadounidenses.

c) De solución por medio del algoritmo algebraico

Para iniciar el grupo 3 es necesario que cada inventario se exprese en términos de las demás variables de producción y a continuación se presenta:

$$22. \quad x_3 = 90 - 2x_1 - 1x_2$$

$$23. \quad x_4 = 80 - 1x_1 - 2x_2$$

$$24. \quad x_5 = 50 - 1x_1 - 1x_2$$

$$21. \quad \text{Max} U = 120x_1 + 100x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5$$

Se dará lectura a la ecuación número 22; la variable x_3 expresa el inventario del recurso triplay y dice que se tienen 90 metros disponibles para la producción; los escritorios tipo 1 requieren de 2 metros cada uno y los escritorios tipo 2 de 1 metro. Por tanto, si se decide hacer un escritorio de cada tipo se utilizarán 3 metros y el inventario mostrará un saldo de 87 metros. La interpretación de las ecuaciones 23 y 24 es análoga.

Grupo 4

Se parte de la premisa que los productos concursan entre sí con respecto a los recursos que utilizan por lo tanto se selecciona el producto que genera la mayor utilidad por unidad y se observa la función de máxima utilidad (ver grupo 3) y son los escritorios tipo 1, en virtud que genera una utilidad de \$120 cada uno, posteriormente se procede a evaluar los inventarios de triplay, roble y caoba para la producción de mesas tipo 1. A continuación se muestra.

$$\text{de 22. } 2x_1 = 90$$

$$x_1 = 90/2$$

$$x_1 = 45$$

El recurso triplay permite fabricar 45 escritorios de computadora tipo 1.

$$22. \quad x_3 = 90 - 2x_1 - 1x_2$$

$$\begin{array}{l} 2x_1 = 90 - 1x_2 - x_3 \\ \downarrow \\ x_1 = 90/2 - 1/2x_2 - 1/2x_3 \end{array}$$

$$32. \quad x_1 = 45 - 1/2x_2 - 1/2x_3 \quad \text{función de producción de escritorios tipo 1}$$

Posteriormente se procede a substituir la función de producción en los demás inventarios y en la función utilidad, para interpretarlas posteriormente.

Substituir la ecuación 32 en la ecuación 23 para obtener 33.

$$23. \quad x_4 = 80 - 1x_1 - 2x_2$$

$$\downarrow \quad \begin{aligned} x_4 &= 80 - 1\left(45 - \frac{1}{2}x_2 - \frac{1}{2}x_3\right) - 2x_2 \\ x_4 &= 80 - 45 + \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{2}x_3 - 2x_2 \end{aligned}$$

$$33. \quad x_4 = 35 - \frac{3}{2}x_2 + x_3$$

Substituir la ecuación 32 en la ecuación 24 para obtener 34

$$24. \quad x_5 = 50 - 1x_1 - 1x_2$$

$$\downarrow \quad \begin{aligned} x_5 &= 50 - 1\left(45 - \frac{1}{2}x_2 - \frac{1}{2}x_3\right) - 1x_2 \\ x_5 &= 50 - 45 + \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{2}x_3 - 1x_2 \end{aligned}$$

$$34. \quad x_5 = 5 - \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{2}x_3$$

Substituir la ecuación 32 en la función de utilidad 21 para obtener 31

$$21. \quad \text{Max}U = 120x_1 + 100x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5$$

$$\downarrow \quad \begin{aligned} U &= 120\left(45 - \frac{1}{2}x_2 - \frac{1}{2}x_3\right) + 100x_2 + 0x_4 + 0x_5 \\ U &= 5400 - 60x_2 - 60x_3 + 100x_2 + 0x_4 + 0x_5 \end{aligned}$$

$$31. \quad U = 5400 + 40x_2 - 60x_3 + 0x_4 + 0x_5$$

Interpretación de las variables del grupo 4;

$$U = \$5400$$

$$x_1 = 45$$

$$x_2 = 0$$

$$x_3 = 0$$

$$x_4 = 35$$

$$x_5 = 5$$

Del grupo 4 se puede interpretar cualquier ecuación. A manera de ejemplo, en este caso se tomará 34 y nos dice: de caoba se tienen en existencia 5 metros, es posible fabricar los escritorios tipo 2, sin embargo el inventario del recurso triplay expresado por la variable x_3 se ha agotado. Para pasar a una nueva solución que mejorará la utilidad óptima, se analiza la función de utilidad del último grupo y se observa que existe una utilidad marginal de \$ 40 pesos para los escritorios tipo 2, en consecuencia se deben evaluar los inventarios e iniciar el grupo 5.

Grupo 5

Evaluación de recursos

$$\text{de 32. } \frac{1}{2}x_2 = 45$$

$$x_2 = 2(45)$$

$$x_2 = 90$$

$$\text{de 33. } \frac{3}{2}x_2 = 35$$

$$x_2 = \frac{2}{3}(35)$$

$$x_2 = 23.33$$

$$\text{de 34. } \frac{1}{2}x_2 = 5$$

$$x_2 = 2(5)$$

$$x_2 = 10$$

Del análisis anterior se selecciona el recurso escaso que en este caso es caoba y proporciona una producción de 10 escritorios del tipo 2. A continuación se integra la función de producción de los escritorios tipo 2.

de 34 se obtiene 44.

$$34. \quad x_5 = 5 - \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{2}x_3$$

$$\downarrow \quad \begin{aligned} \frac{1}{2}x_2 &= 5 + \frac{1}{2}x_3 - x_5 \\ x_2 &= 2\left(5 + \frac{1}{2}x_3 - x_5\right) \end{aligned}$$

$$44. \quad x_2 = 10 + x_3 - 2x_5 \text{ función de producción de los escritorios tipo 2}$$

Substituyendo la función de producción 44 en 32 para obtener 42.

$$32. \quad x_1 = 45 - \frac{1}{2}x_2 - \frac{1}{2}x_3$$

$$\downarrow \quad \begin{aligned} x_1 &= 45 - \frac{1}{2}(10 + x_3 - 2x_5) - \frac{1}{2}x_3 \\ x_1 &= 45 - 5 - \frac{1}{2}x_3 + x_5 - \frac{1}{2}x_3 \end{aligned}$$

$$42. \quad x_1 = 40 - 1x_3 + x_5$$

Substituyendo la función de producción 44 en 33 para obtener 43.

$$33. \quad x_4 = 35 - \frac{3}{2}x_2 - \frac{1}{2}x_3$$

$$\begin{aligned} & \downarrow x_4 = 35 - \frac{3}{2}(10 + x_3 - 2x_5) - \frac{1}{2}x_3 \\ & \downarrow x_4 = 35 - 15 - \frac{3}{2}x_3 + 3x_5 - \frac{1}{2}x_3 \end{aligned}$$

$$43. \quad x_4 = 20 - 2x_3 + 3x_5$$

Substituyendo la función de producción 44 en 31 para obtener 41.

$$31. \quad \text{Max } U = 5400 + 40x_2 - 60x_3 + 0x_4 + 0x_5$$

$$\begin{aligned} & \downarrow U = 5400 + 40(10 + x_3 - 2x_5) - 60x_3 + 0x_4 + 0x_5 \\ & \downarrow U = 5400 + 400 + 40x_3 - 80x_5 - 60x_3 + 0x_4 + 0x_5 \end{aligned}$$

$$41. \quad U = 5800 - 20x_3 + 0x_4 - 80x_5$$

Interpretación numérica del grupo 5, las flechas de los inventarios van asociadas a una producción, para este caso se deben fabricar 40 escritorios para computadora del tipo 1 y 10 del tipo 2. El inventario triplay x_3 se ha agotado, del inventario roble se tienen en existencia 20 metros, y el de caoba se ha agotado.

d) ¿Cuál es la estructura de producción que proporciona la utilidad máxima?

$$\text{Max } U = \$5800$$

$$\begin{array}{ccc} x_1 = 40 & \longleftarrow & x_3 = 0 \\ & & \\ x_2 = 10 & & x_4 = 20 \\ & \nwarrow & \\ & & x_5 = 0 \end{array}$$

Interpretando una ecuación del grupo 5, se tomará la ecuación 44. Ésta muestra que el inventario caoba se ha agotado por el signo negativo de la variable, también dice que se producen 10 escritorios para computadora del tipo 2 y que el inventario triplay se ha terminado. En la misma

forma ¿cómo saber si se ha llegado a la solución de máxima utilidad? Revisando la ecuación número 41; presenta un término numérico de \$5800, el signo de la variable inventario triplay es negativo (se ha agotado), en la variable del roble se observa signo más y un coeficiente numérico de cero lo cual expresa existencia de inventario del recurso. Para el inventario caoba el signo negativo indica que el inventario se ha acabado y en consecuencia se ha llegado a la solución óptima.

Tabla 2. Solución óptima y estructura de producción

Estructura	$MaxU = 120x_1 + 100x_2$	Utilidad
$O(0,0)$	$U = 120(0) + 100(0)$	\$ 0
$R_1(0,40)$	$U = 120(0) + 100(40)$	\$ 4000
$P_1(20,30)$	$U = 120(20) + 100(30)$	\$ 5400
$P_2(40,10)$	$U = 120(40) + 100(10)$	\$ 5800*
$T_1(45,0)$	$U = 120(45) + 100(0)$	\$ 5400

Fuente: elaboración propia con los datos del problema

e) Con la gráfica del problema analice la figura-fondo y realice su análisis

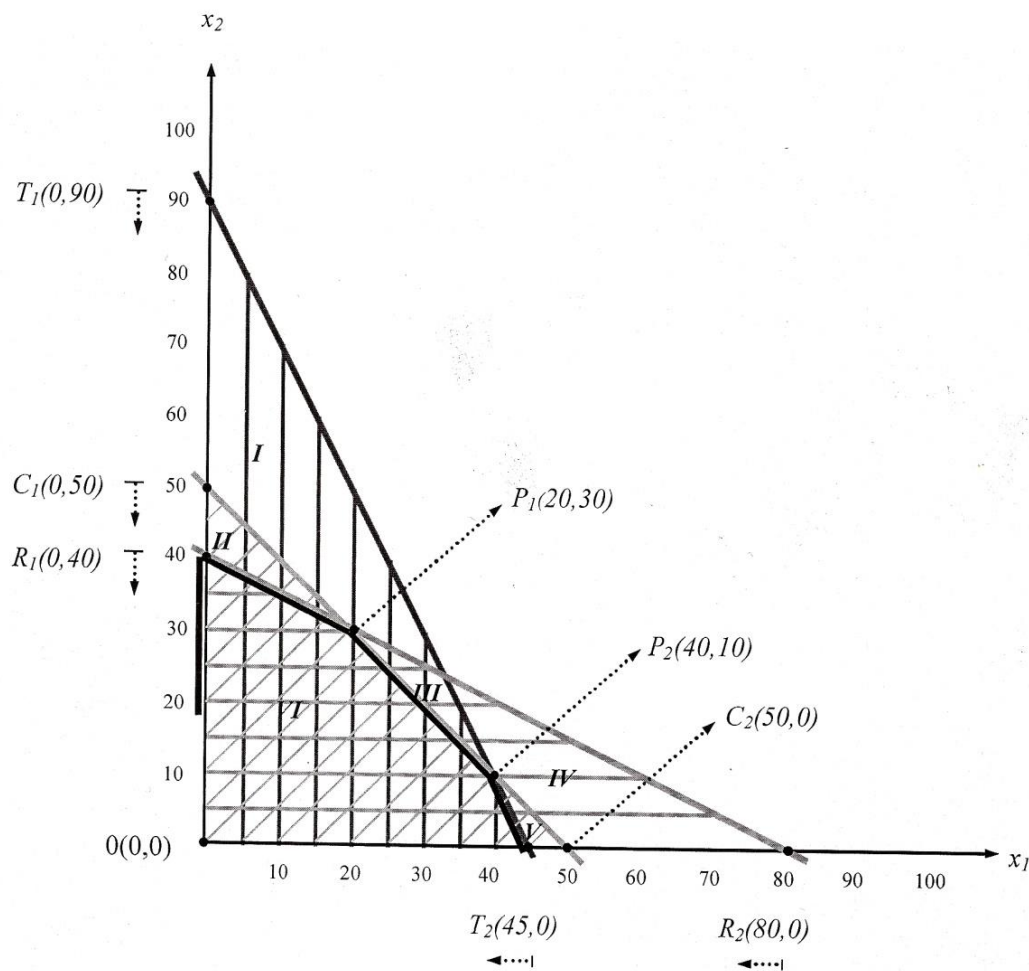


Figura 3. Estructura de producción

Fuente: elaboración propia con los datos del problema

En el análisis de la figura-fondo se observa, que la estructura formada por los tres recursos integra en conjunto seis áreas, que están numeradas y se comentan a continuación:

El área I, delimitada por el recurso triplay, caoba y roble, no es factible fabricar los productos.

Área II, integrada por el recurso caoba y roble existiendo también el recurso triplay, no es factible la producción y se observa que el recurso limitante o escaso es el roble, e indica que se debe seguir la pendiente de dicho recurso hasta el punto de intersección $P_1(20,30)$.

Área III, se cuenta con los recursos de triplay y roble, por lo que no es factible fabricar y se observa como recurso limitante la caoba, hasta la coordenada $P_2(40,10)$.

Área IV, definida por los recursos triplay, roble y caoba. Por lo que no es factible producir.

Área V, se cuenta con roble y caoba y el triplay es el recurso limitante en consecuencia no se puede producir.

Área VI, en las coordenadas $R_1(0,40)$ el recurso escaso es el roble por lo que sigue la pendiente de dicho recurso hasta el punto $P_1(20,30)$ es donde se igualan las pendientes de los recursos caoba y roble. Se sigue la pendiente del recurso caoba, hasta el punto $P_2(40,10)$. En seguida se sigue la pendiente del recurso triplay hasta las coordenadas $T_2(45,0)$. Finalmente cierra la estructura de producción, como se observa en la figura 3 y que se muestra con líneas más marcadas en color negro. En consecuencia el punto que maximiza la utilidad se ubica en el punto $P_2(40,10)$ con un beneficio máximo de \$ 5800.

A manera de conclusión, en el ejemplo citado se puede observar la movilidad de registros de representación. Se partió del lenguaje escrito, posteriormente se utilizó el registro simbólico, se continuo con el registro algebraico y finalmente el registro gráfico.

VI. Conclusiones

Es evidente que en la enseñanza de la programación lineal, debe hacerse una planeación didáctica cuidadosa de las actividades de enseñanza-aprendizaje y que tengan orden y secuencia, para propiciar un clima de aprendizaje.

La didáctica tradicional ve a la matemática como un objeto inmodificable que debe transmitirse al estudiante mediante un proceso de enseñanza, que está configurada por una concepción de objetos que preexisten a la actividad del alumno cognoscente de la matemática.

Existen tres actividades cognoscitivas fundamentales ligadas a la aprehensión de los objetos. La primera referida a la construcción de una representación de un objeto matemático. La segunda, es el procesamiento de esa representación, es decir la transformación de ese registro. Y la tercera se refiere la conversión, que es la transformación de esa representación en otra conservando la totalidad o parte de su contenido de la representación inicial.

Mediante la movilidad de registros de representación se logra una mejor comprensión de actividades de enseñanza complejas, como es el caso de asociar la idea de figura-fondo y figura-forma con el análisis algebraico.

Para que se logren mejores resultados en la enseñanza de la programación lineal, es necesario que los profesores tengan conocimiento de los registros de representación y que los utilicen, en la planeación de actividades académicas.

Se deben preparar y organizar materiales didácticos para los alumnos sustentados principalmente en las siguientes ideas: a) actividades matemáticas que incluyan el uso de representaciones y el cambio de registro y b) diseñar actividades de aprendizaje complejas en el campo de la contaduría y administración.

Para lograr la formación de representaciones mentales de los conceptos matemáticos y formar conexiones de las representaciones en lengua natural, algebraico, gráfico y simbólico, se debe involucrar a los alumnos a participar activamente en la construcción de las representaciones, en su procesamiento y en su conversión de los objetos matemáticos.

Así como impartir un curso para profesores referente a la semiótica y registros de representación.

VII. Referencias Bibliográficas.

Benveniste, E. (1974). *Problemas de lingüística general*. Vol. 2. barcelona: Paidós.

Brousseau, G. (1990). *¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la didáctica de las matemáticas?* IREM, Université de Bordeaux I, Francia. Enseñanza de las ciencias 8(3), 259-267. Versión castellana de Luis Puig, Universidad de Granada España.

Camacho, A. (2008). *Investigación de operaciones aplicada a la contaduría y administración*. Toluca: UAEM.

Duval, R. (1993). *Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée*, annales de Didactique et de Sciences, 5, IREM de Strasbourg. México: Traducción Departamento de Matemática Educativa CINVESTAV-IPN.

Duval, R. (1997). *Previo a un análisis de la problemática del objeto: representación, conocimiento y ciencia*. Escuela francesa. Traducción para fines educativos, Departamento de Matemática Educativa CINVESTAV-IPN, México.

Duval, R. (1999). *Representación, Visión y Visualización: funciones cognitivas en pensamiento matemático, bases para el aprendizaje*. Universidad del Litoral. Traducción, Departamento de Matemática Educativa CINVESTAV-IPN, México.

Fermoso, P. (1990). *Teoría de la educación*. México: Trillas.

Freudenthal, H. (1994). *Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas*. México: CINVESTAV-IPN.

Sebeok, T. A. (1996). *Signos: una introducción a la semiótica*. Barcelona: Paidós.

Wertsch, J. V. (1998). *Vygotsky y la formación social de la mente*. Barcelona: Paidós.